UOT 51

KOŞİ-RİMAN TƏNLİYİ ÜÇÜN KVADRATDA BİR NEÇƏ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Səbinə SƏMƏDOVA, Nihan ƏLİYEV
Bakı Mühəndislik Universiteti
Bakı / AZƏRBAYCAN

sebinesamedova@gmail.com

XÜLASƏ

Məlumdur ki, birinci tərtib elliptik tip olan Koşi-Riman tənliyi üçün, riyazi fizika tənliklərindən Laplas tənliyi üçün qoyulmuş Dirixle-Neyman və Puankare tipli lokal şərtlər daxilində sərhəd məsələləri korrekt deyildir.

Belə məsələlərin ümumi vəziyyətdə həlli olmaya bilər. Ona görə bu cür tənliklər üçün qeyri-lokal şərtlərin verilməsi məqsədəuyğun sayılır.

Bu baxımdan Laplas tənliyi üçün qeyri-lokal şərtlərdən (sərhəd 2 yerə bölünmüşsə) 2 şərt vermək lazım gəlir. Sərhəd məsələsinin bu cür qoyuluşu adi və xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin qoyuluşunda olan fərqi aradan qaldırır. Belə ki, klassik nəzəriyyədə adi diferensial tənliklər üçün sərhəd şərtlərinin sayı tənliyin tərtibinə bərabər olduğu halda xüsusi törəməli tənliklər üçün qoyulmuş lokal sərhəd şərtlərinin sayı tənliyin tərtibinin yarısına bərabər olurdu. Bizim verdiyimiz qeyri-lokal şərtlərlə sərhəd məsələlərində isə həm adi, həm də xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd şərtlərinin sayı tənliyin tərtibinə bərabər olur.

Açar sözlər: Koşi-Riman tənliyi, Qeyri-lokal sərhəd şərti, zəruri şərtlər, requlyarizasiya, Fredholmluq.

SEVERAL BOUNDARY PROBLEM ON SQUARE FOR CAUCHY-RIEMANN EQUATIONS

SUMMARY

It is known that for the first compiling elliptic type of the Cauchy-Riemann equations, for Laplace equation, one of the mathematical physics equations, under Dirichlet-Neumann and Puankare type local conditions border issues are not correct.

These type of equations may not have solution in general situation. Therefore, for these type of equations it is approp- riate to give local conditions.

In this respect, among non-local conditions it is necessary to give 2 conditions for Laplace equation (if the border broken down into 2 parts). Such an approach to the issue of boundary problems eliminates the difference of boundary problems which is intended for ordinary and special type derivatives. Thus, in the classical theory, the number of boundary conditions for ordinary differential equations equal to the order of the equation, althought the number of local conditions for the equations of special type of derivatives equal to half of the order of the equation. By the help of boundary equations with given non-local conditions that we have dealt, the number of boundary conditions equals to the order of equation for both ordinary and special type of differential equation.

Keywords: Cauchy-Riemann equations, non-local boundary conditions, necessary conditions, regularization, Fredholm.

НЕКОТОРЫЕ НЮАНСЫ ОГРАНИЧЕНИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОШИ-РИМАНА

РЕЗЮМЕ

Как известно, для уравнения эллиптического типа первого порядка, уравнения Коши Римона, локальные граничные условия Дирихее, Неймана или третье граничное условие, которые приемлимы для дифференциального уравнения Лапласа, несовместимы, т.е. полученная задача некорректна. Такие задачи в общем случае могут не иметь решения. Поэтому для уравнения Коши Римона целесообразно ввести нелокальные граничные условия.

Тогда для уравнения Лапласа нужны две линейные независимые нелокальные условия (если граница разбивается на две части).

Такого рода постановка граничных задач устраняет те недоразумения, которые до сих пор существовали между граничными задачами, поставленные для уравнения с частными производными.

Так, в классической теории для обыкновенного дифференциального уравнения число граничных условий совпадает с порядком производной, входящихся в уравнение, а для уравнения с частными производными число граничных условий (локальных) совпадает с половиной порядка производной входящейся в уравнения. А число нелокальных граничных условий, как для обыкновенного, так и для частного производного, всегда совпадает с порядком или высотой производных входящих в уравнение.

Ключевые слова: Коши-Римана уравнения, нелокальной граничные условия, Бронирование требуется, регуляризация, Фредгольмовост.

Giriş

Burada kvadratda bir neçə sərhəd məsələsinin həlli araşdırılacaqdır. Belə ki, kvadratın hər tərəfində bir nöqtə olmaqla kvadratın sərhəddində dörd nöqtə eyni zamanda hərəkət edir. Birinci məsələ üçün Karleman şərti ödənilir. Yəni qonşu nöqtələr ya bir sərhəd nöqtəsindən uzaqlaşır, ya da onlar bir sərhəddə olan nöqtəyə yaxınlaşırlar [1, pp.153-162], [2, pp.73-84]. O biri məsələlərdə isə yuxarıda dediyimiz Karleman şərti pozulur [1, pp.153-162], [2, pp.73-84]. Məsələlərin həllərinin araşdırılması aşağıdakı mərhələlərdən ibarətdir:

1. Verilmiş tənliyin və ya ona qoşma olan tənliyin fundamental həllinin təyini
2. Verilmiş tənliyin və bu fundamental həllin köməyi ilə 2-ci Qrin formulunun köməyi ilə əsas münasibət alınır [3. pp.294-296]. Bu əsas münasibətin 1-ci hissəsi baxılan tənliyin verilən oblastda təyin olunmuş ixtiyari həllini, 2-ci hissəsi isə zəruri şərtləri verir.
3. Zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar ayrılır (saflaşdırılır), [4, pp.1-6]
4. Zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılır.
5. Bu requlyar ifadələr verilmiş sərhəd şərti ilə birlikdə qoyulmuş məsələnin Fredholmluğu üçün kafi şərtlər verir, [5, pp.1-16]

Məsələnin qoyuluşu

Aşağıdakı kimi tənliyə baxaq:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} + \mathrm{i}\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} = 0 \quad , \qquad x \in D$$
$$= \{x = (x_1, x_2), x_k \in (0,1), k = 1,2..\}, \tag{1}$$

burada $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$. Məlumdur ki, [6.pp.132]

$$U(x - £) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{x_2 - £_2 + \mathrm{i}(x_1 - £_1)}, \tag{2}$$

(1) Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllidir. (1) tənliyinin hər iki tərəfini fundamental həllə vurub D oblastı üzrə inteqrallayaq:

$$\int_D \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} U(x - £)dx + \mathrm{i}\int_D \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} U(x - £)dx = 0.$$

Bu inteqrallara Ostroqrodski-Qaus formulunu tətbiq edək:

$$\int u(x)U(x-£)\cos(\ ,x_2)dx - \int_D u(x)\frac{6U(x-£)}{6x_2}dx + \mathrm{i}\int u(x)U(x-$$
$$-£)\cos(\ ,x_1)dx - -\mathrm{i}\int_D u(x)\frac{6U(x-£)}{6x_1}dx = 0, \qquad (3)$$

burada $\Gamma = \bar{D}D -$ yəni D oblastının sərhəddi, $\boldsymbol{\nu}$ isə Γ-ya çəkilmiş xarici normaldır.

Koşi-Riman tənliyi üçün (2) fundamental həll olduğundan, (3)-də oblast üzrə inteqralları sağ tərəfə keçirsək

$$\int u(x)U(x-£)[\cos(\ ,x_2) + \mathrm{i}\cos(\ ,x_1)]dx = \int_D u(x)\left[\frac{6U^{(x-£)}}{6x_2} + \right.$$
$$\left. + \mathrm{i}\,\frac{6U(x-£)}{6x_1}\right] dx, \qquad (4)$$

alınan ifadənin sağ tərəfindəki inteqralda Dirakın delta funksiyası iştirak edir. Bu funksiyanın inteqralı açmaq xassəsindən istifadə etsək, (4)-dən alarıq [6.pp.132]:

$$\int u(x)U(x-£)[\cos(\ ,x_2) + \mathrm{i}\cos(\ ,x_1)]dx = \begin{cases} u(£), £ \in D, \\ \frac{1}{2}u(£), £ \in \ . \end{cases} \qquad (5)$$

Aldığımız (5) ifadəsi əs as münasibətdir. Yuxarıda söylədiyimiz kimi (5) əsas münasibətinin ikinci hissəsi zəruri şərtlərdir. Bunları ayıraq:

$$u(£_1,0) = \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,0)}{x_1-£_1}dx_1 + \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2+\mathrm{i}(1-£_1)}dx_2 - \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-\mathrm{i}£_1}dx_2 +$$
$$+\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,1)}{1+\mathrm{i}(x_1-£_1)}dx_1, \qquad (6)$$

$$u(1,£_2) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,0)}{£_2-\mathrm{i}(x_1-1)}dx_1 + \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2-£_2}dx_2 - \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-£_2+\mathrm{i}(-1)}dx_2 +$$
$$+\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,1)}{1-£_2+\mathrm{i}(x_1-1)}dx_1 \qquad (7)$$

$$u(0,£_2) = -\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,0)}{-£_2+\mathrm{i}x_1}dx_1 + \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2-£_2+\mathrm{i}}dx_2 - \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-£_2}dx_2 +$$
$$+\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,1)}{1-£_2+\mathrm{i}x_1}dx_1 \qquad (8)$$

$$u(\pounds_1, 1) = -\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,0)}{-1+\mathrm{i}(x_1-\pounds_1)}dx_1 + \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2-1+\mathrm{i}(1-\pounds_1)}dx_2 -$$
$$-\frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-1+\mathrm{i}(-\pounds_1)}dx_2 - -\frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(x_1,1)}{x_1-\pounds_1}dx_1 \qquad (9)$$

Beləliklə, aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 1. Kvadratda verilmiş Koşi-Riman tənliyinin ixtiyari həlli (6)-(9) zəruri şərtlərini ödəyir.

Bu zəruri şərtlərin hər birində bir sinqulyar hədd mövcuddur. İndi bu sinqulyarlıqların requlyarlaşdırılması ilə məşğul olaq. Bunun üçün Koşi-Riman tənliyi üçün veriləcək sərhəd şərtini müəyyənləşdirək:

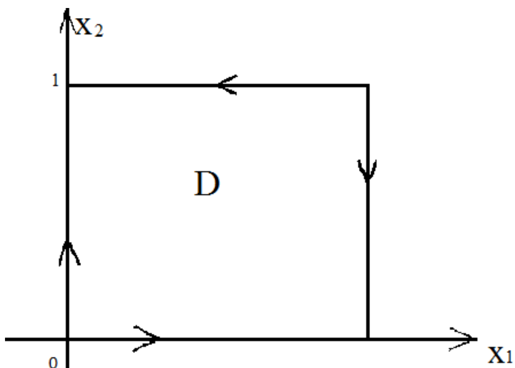
(1) tənliyi üçün elə qeyri lokal sərhəd şərtləri götürək ki, Karleman şərti ödənilmiş olsun. Qeyd edək ki, Karleman şərtinə əsasən sərhəddə eyni zamanda bir neçə nöqtə hərəkət edirsə iki qonşu nöqtə ya sərhəddin bir nöqtəsindən uzaqlaşmalı, və yaxud sərhəddin bir nöqtəsinə yaxınlaşmalıdırlar.

Aşağıdakı kimi sərhəd şərti götürək:

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) + \alpha_{k2}(t)u(1,1-t) + \alpha_{k3}(t)u(1-t,1) + \alpha_{k4}(t)u(0,t) = \alpha_k(t), k = 1,2,$$
$$t \in [0,1]. \qquad (10)$$

Aldığımız (6)-(9) zəruri şərtlərində (6)-da ξ_1=t, birinci toplananda isə x_1-i r ilə əvəz edib bu ifadəni $\alpha_{k1}(t)$-ə vuraq.

(7) ifadəsində ξ_2-ni 1-t ilə, ikinci toplananda x_2-i isə1- r ilə əvəz edib bu ifadəni $-\alpha_{k2}(t)$-ə vurub, (8) ifadəsində ξ_2-ni t ilə, üçüncü toplananda x_2-ni isə r ilə əvəz edib bu ifadənin hər iki tərəfini $-\alpha_{k4}(t) - ə$ vurub, nəhayət axırıncı (9) ifadəsində $\pounds_1$-ni 1-t ilə, x_1- isə dördüncü toplananda 1- r ilə əvəz edib alınan ifadəni $\alpha_{k3}(t) - ə$ vurub alınan ifadələri cəmləyək.



Şəkil 1

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) =$$
$$= \alpha_{k1}(t)\left(\frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,0)}{c-t}dr + \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2+\mathrm{i}(1-t)}dx_2 - \frac{\mathrm{i}}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-\mathrm{i}t}dx_2 + \right.$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,1)}{1+i(c-t)}\,dr) = \frac{\alpha_{k1}(t)i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,0)}{c-t}\,dr - \frac{\alpha_{k1}(t)i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,x_2)}{x_2+i(1-t)}\,dx_2 +$$
$$+\frac{\alpha_{k1}(t)i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,x_2)}{x_2-it}\,dx_2 - -\frac{\alpha_{k1}(t)}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,1)}{1+i(c-t)}\,dr$$

$$-\alpha_{k2}(t)u(1,1-t) = -\frac{\alpha_{k2}(t)}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,0)}{(1-t)+i(c-1)}\,dr + \frac{\alpha_{k2}(t)i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,1-c)}{t-c}\,d\,r +$$
$$+\frac{\alpha_{k2}(t)i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,1-c)}{t+c-i}\,d\,r - \frac{\alpha_{k2}(t)}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,1)}{t+i(c-1)}\,dr$$

$$-\alpha_{k4}(t)\cdot u(0,t) = \alpha_{k4}(t)\,\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,0)}{-t+ic}\,dr - \alpha_{k4}(t)\,\frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,c)}{c-t+i}\,dr +$$
$$+\alpha_{k4}(t)\,\frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,c)}{t-c}\,dr - \alpha_{k4}(t)\,\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(c,1)}{1-t+ic}\,dr$$

$$\alpha_{k3}(t)\cdot u(1-t,1) = -\alpha_{k3}(t)\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1-c,0)}{-1+i(t-c)}\,dr + \alpha_{k3}(t)\cdot\frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,c)}{c-1+it}\,dr -$$
$$-\alpha_{k3}(t)\,\frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,c)}{c-1+i(-1+t)}\,dr + \alpha_{k3}(t)\cdot\frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1-c,1)}{t-c}\,dr$$

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) - \alpha_{k2}(t)u(1,1-t) - \alpha_{k4}(t)\cdot u(0,t) + \alpha_{k3}(t)\cdot u(1-$$
$$-t,1) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{1}{\cancel{ct}}\,[\alpha_{k1}(t)\cdot u(r,0) + \alpha_{k2}(t)\cdot u(1,1-r) + \alpha_{k4}(t)\cdot u(0,r) +$$
$$+\alpha_{k3}(t)\cdot u(1-r,1)]dr + \cdots$$

burada, (...) ilə sinqulyar olmayan hədlərin cəmi işarə edilmişdir. Aldığımız ifadədə inteqral altında t-dən asılı olan funksiyalardan həmin funksiyanın r nöqtəsindəki qiymətini çıxaq və əlavə edək.

Çıxdıqda alınan ifadə bu həddə olan sinqulyarlığın tərtibini azaltdığından bu həddlər də sinqulyar olmayan hədlərin daxilinə qatılacaqdır. Beləliklə, yuxarıda aldığımız ifadə aşağıdakı şəklə düşər:

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) - \alpha_{k2}(t)u(1,1-t) - \alpha_{k4}(t)\cdot u(0,t) + \alpha_{k3}(t)\cdot u(1-$$
$$-t,1) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{1}{c-t}\,[\alpha_{k1}(r)\cdot u(r,0) + \alpha_{k2}(r)\cdot u(1,1-r) + \alpha_{k4}(r)\cdot u(0,r) +$$
$$+\alpha_{k3}(r)\cdot u(1-r,1)]dr + \cdots \tag{11}$$

Yuxarıda verilmiş (10) sərhəd şərtini (11) ifadəsində nəzərə alsaq bu ifadə aşağıdakı şəklə düşər:

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) - \alpha_{k2}(t)u(1,1-t) - \alpha_{k4}(t)\cdot u(0,t) + \alpha_{k3}(t)\cdot u(1-$$
$$-t,1) = \frac{1}{\pi}\int_0^1 \frac{\alpha_k(t)}{c-t}\,dr + \cdots \quad k = 1,2 \tag{12}$$

Beləliklə aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 2. Əgər verilmiş xətti asılı olmayan (10) sərhəd şərtinin əmsalları müəyyən Hölder sinfindən olub bu şərtlərin sağ tərəfi kəsilməz diferensiallanan olmaqla parçanın uclarında 0-a çevrilirlərsə onda zəruri şərtlərdən alınan (12) xətti kombinasiyası requlyardır.

Beləliklə, 4 requlyar ifadə almış oluruq. 2-si verilmiş (10) sərhəd şərtləri, 2-si də aldığımız (12) requlyar ifadələri. Bu 4 ifadəyə birlikdə sistem kimi baxıb onların qeyri-lokal hissəsindən axtarılan funksiyanın kvadratın tərəflərindəki qiymətlərini təyin edək. Başqa sözlə desək, sərhəd qiymətləri üçün alınan bu 4 ifadəni normal şəkilli ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklər sisteminə gətirək ki, bu sistemin nüvəsi requlyar olsun. Bunun üçün aşağıdakı şərtin ödənildiyini qəbul edək:

Əgər

$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} \alpha_{11}(t) & \alpha_{12}(t) & \alpha_{13}(t) & \alpha_{14}(t) \\ \alpha_{21}(t) & \alpha_{22}(t) & \alpha_{23}(t) & \alpha_{24}(t) \\ \alpha_{11}(t) & -\alpha_{12}(t) & \alpha_{13}(t) & -\alpha_{14}(t) \\ \alpha_{21}(t) & -\alpha_{22}(t) & \alpha_{23}(t) & -\alpha_{24}(t) \end{vmatrix} \, G\, 0, \qquad (13)$$

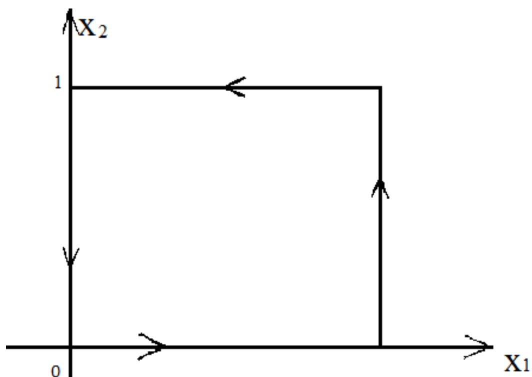
şərti ödənildikdə (10),(12) sistemindən

$$u(t,0), u(1,1-t), u(1-t,1) \, və \; u(0,t)$$

funksiyaları üçün ikinci növ Fredholm tipli requlyar nüvəli inteqral tənliklər sistemi almış oluruq. Bununla da aşağıdakı hökm alınır:

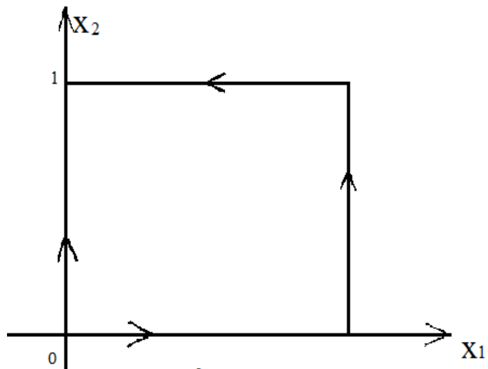
Teorem 3. Teorem 2-nin şərtləri daxilində əgər (13) şərti ödənilirsə onda qoyulmuş (1), (10) sərhəd məsələsi Fredholm tiplidir.

Bu məsələnin həlli (5) əsas münasibətinin birinci ifadəsindən alınır. Belə ki, bu münasibətin sol tərəfində naməlum funksiyanın kvadratın sərhədləri üzrə olan qiymətləri aldığımız 4 ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklər sisteminin həllərini yazmaqla alınır. Beləliklə, Fredholm sistemi həll olunarsa onda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həlli üçün analitik ifadə alınmış olur.



Şəkil 3

Əgər verilmiş sərhəd şərtlərində Karleman şərti pozularsa onda zəruri şərtlərin köməyi ilə alınan inteqral tənliklər sistemi birinci növ olur ki, bunun da nəzəriyyəsi mövcud deyildir. Məsələn sərhəddə nöqtələr aşağıdakı kimi ola bilər:



Şəkil 2

Əgər sərhəd üzərindəki nöqtələr şəkil 2-də olduğu kimi hərəkət edirlərsə, onda sərhəd şərtləri aşağıdakı kimi olar:

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) + \alpha_{k2}(t)u(1,t) + \alpha_{k3}(t)u(1-t,1) + \alpha_{k4}(t)u(0,t) = \alpha_k(t),$$

$$k = 1,2;\, t \in [0,1]$$

Əgər sərhəd üzərindəki nöqtələr şəkil 3-də olduğu kimi hərəkət edirlərsə, onda sərhəd şərtləri (14)-dən fərqli olaraq aşağıdakı kimi olar:

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0) + \alpha_{k2}(t)u(1,t) + \alpha_{k3}(t)u(1-t,1) + \alpha_{k4}(t)u(0,1-t) = \alpha_k(t), \quad k = 1,2;\, t \in [0,1] \tag{15}$$

Tutaq ki, (15) sərhəd şərtlərinə baxılır. Onda (6)-(9) zəruri şərtlərini bu sərhəd şərtlərinə uyğunlaşdırsaq, alarıq:

$$u(t,0) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(r,0)}{r-t}dr + \cdots,$$

$$u(1,t) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1,r)}{r-t}dr + \cdots,$$

$$u(0,1-t) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(0,1-r)}{r-t}dr + \cdots,$$

$$u(1-t,1) = \frac{i}{\pi}\int_0^1 \frac{u(1-r,1)}{r-t}dr + \cdots,$$

İndi saxladığımız sinqulyar hədlərdən elə xətti kombinasiya quraq ki, inteqral altında olan bu sinqulyarlığın əmsalı verilmiş (15) sərhəd şərtinin sol tərəfi olsun. Yəni

$$\alpha_{k1}(t)u(t,0)+\alpha_{k2}(t)u(1,t)+\alpha_{k3}(t)u(1-t,1)+\alpha_{k4}(t)u(0,1-t)=$$
$$=\frac{i}{\pi}\int_0^1\frac{1}{r-t}[\alpha_{k1}(t)u(r,0)+\alpha_{k2}(t)u(1,r)$$
$$+\alpha_{k3}(t)u(1-r,1)+\alpha_{k4}(t)u(0,1-r)]dr+$$
$$=\frac{i}{\pi}\int_0^1\frac{1}{r-t}[\alpha_{k1}(r)u(r,0)+\alpha_{k2}(r)u(1,r)$$
$$+\alpha_{k3}(r)u(1-r,1)+\alpha_{k4}(r)u(0,1-r)]dr+\cdots$$

Burada (15) sərhəd şərtlərini nəzərə alsaq,

$$\alpha_k(t)=\frac{i}{\pi}\int_0^1\frac{\alpha_k(r)}{r-t}dr+\cdots,\qquad k=1,2,\ \ t\in[0,1] \tag{16}$$

ifadələri alınır ki, (burada inteqrallardan kənarda axtarılan funksiyanın sərhəd qiymətləri artıq qalmamışdır), onlar da verilmiş (15) sərhəd şərtləri ilə birlikdə dörd sərhəd qiyməti üçün (kvadratın tərəfləri boyunca) ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklər sistemini almağa imkan vermir.

Eyni qayda ilə (14) sərhəd şərti daxilində baxılan sərhəd məsələsi üçün də (15) sərhəd şərtində olduğu kimi (13) şərti ödənilmir.

Beləliklə, aşağıdakı hökmlər alınır:

Teorem 4: Vahid kvadratda verilmiş (1), (14) sərhəd məsələsi üçün (sərhəd şərtləri xətti asılı deyil) verilənlərin hamarlıq dərəcəsindən asılı olmayaraq bu məsələ Fredholm tipli deyil.

Teorem 5: Vahid kvadratda verilmiş (1), (15) sərhəd məsələsi üçün (sərhəd şərtləri xətti asılı deyil) verilənlər kafi qədər hamar funksiyalar olsa belə bu sərhəd məsələsi Fredholm tipli deyil.

Ədəbiyyat:

1. Aliyev N.A., Mustafayeva Y.Y., Murtuzayeva S.M. The Influence of the Carleman Condition on the Fred- holm Property of the Boundary Value Problem for Cauchy-Riemann Equation, Proceedings of the İnstitute of Applied Mathematics, Baku, Azerbaijan, Vol.1, No.2, 2012, pp.153-162
2. Huseynov R.V., Aliyev N.A., Murtuzayeva S.M. İnfluence of Karleman Condition by Investigating Boundary Value Problems for Laplace Equation, Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan, Series of Physical-Technical and Mathematical sciences, Azerbaijan, Baku, Vol. XXXI, No.4, 2011, pp.73-84

3. H.D.Orucov, Y.G.Nəsirova. İkinci tərtib sərhəd şərtlərinə spektral parametr daxil olan diferensial operatorun məxsusi ədəd və vüktorları haqqında. Gənc tədqiqatçıların I Beynəlxalq elmi Konfransı, 26-27 Aprel 2013-ci il, Bakı, Azərbaycan, səh 294-296
4. Aliyev N.A., Abbasova A.K., Zeynalov R.M. Non-local boundary condition Steklov problem for a Laplace equation in bounded domain. Science Journal of Applied Mathematics and Statistics, New York, USA, vol. 1, No.1, 2013, pp.1-6
5. Gharehgheshlaghi A.D., Aliyev N. General Boundary Value Problem for the Third Order Linear Differential Equation of Composite Type. Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry, Kharkov, Ukraine, Vol. 8, No.2, 2012, pp.1-16
6. Həmzağa ORUCOV, Rakib ƏFƏNDİYEV. Wave propagation in graph like structure. Gənc tədqiqatçıların Ш Beynəlxalq elmi Konfransı, 17-18 Aprel 2015-ci il, Bakı, Azərbaycan, səh 132.
7. Aliyev N., Jahanshahi M. Solution of Docssans equation with global, local and non-local boundary conditions, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 33 (2002) No.2, pp.241-247